

УДК 519.63

ИССЛЕДОВАНИЕ МОДЕЛИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ВИРУСОВ

Ермошкина Ю. Г., Соболев В. А.

Самарский национальный исследовательский университет
имени академика С. П. Королёва, г. Самара

В работе исследуется устойчивость многообразия стационарных состояний в модели взаимодействия двух популяций микроорганизмов в одномерном случае. Модель представляет собой систему полулинейных параболических уравнений с многообразием состояний равновесия. Данная система основана на уравнениях Фишера-Колмогорова-Петровского-Пискунова. Задачу на промежутке $x \in [0; 1]$. Система имеет вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = D_1 \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} + a_1 u(x,t)(1 - q_1 v(x,t))(1 - u(x,t) - v(x,t)); \\ \frac{\partial v(x,t)}{\partial t} = D_2 \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2} + a_2 v(x,t)(1 - q_2 u(x,t))(1 - u(x,t) - v(x,t)), \end{cases}$$

где a_1, a_2 – коэффициенты воспроизводства для популяций u и v , соответственно, D_1, D_2 – коэффициенты диффузии, q_1, q_2 – коэффициенты взаимодействия особей разных популяций.

В качестве граничных условий в данной задаче рассматриваются условия непроницаемости на концах рассматриваемого промежутка. Они имеют вид:

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} \right|_{x=0} &= \left. \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} \right|_{x=1} = 0; \\ \left. \frac{\partial v(x,t)}{\partial x} \right|_{x=0} &= \left. \frac{\partial v(x,t)}{\partial x} \right|_{x=1} = 0. \end{aligned}$$

В качестве начальных условий выбраны непрерывные функции, которые имеют вид:

$$\begin{aligned} u(x, 0) &= \begin{cases} 0,9(-5(x-1)^2 + 1), & u > 0, \\ 0, & u \leq 0; \end{cases} \\ v(x, 0) &= \begin{cases} 0,9(-5x^2 + 1), & v > 0, \\ 0, & v \leq 0. \end{cases} \end{aligned}$$

Для решения задачи была составлена явная конечно-разностная схема. Дифференциальные операторы были заменены их сеточными аналогами.

$$\begin{cases} \frac{u_i^{k+1} - u_i^k}{\tau} = D_1 \frac{u_{i+1}^k - 2u_i^k + u_{i-1}^k}{\tau} + a_1 u_i^k (1 - q_1 v_i^k) (1 - u_i^k - v_i^k); \\ \frac{v_i^{k+1} - v_i^k}{\tau} = D_2 \frac{v_{i+1}^k - 2v_i^k + v_{i-1}^k}{\tau} + a_2 v_i^k (1 - q_2 u_i^k) (1 - u_i^k - v_i^k). \end{cases}$$

Граничные условия принимают вид:

$$\begin{aligned} \frac{u_1^{k+1} - u_{-1}^{k+1}}{h} &= 0; \\ \frac{v_1^{k+1} - v_{-1}^{k+1}}{h} &= 0. \end{aligned}$$

Начальные условия определяются следующим образом:

$$u_i^0 = \begin{cases} 0,9(-5(x_i - 1)^2 + 1), u_i^0 > 0, \\ 0, u_i^0 \leq 0; \end{cases}$$

$$v_i^0 = \begin{cases} 0,9(-5x^2 + 1), v_i^0 > 0, \\ 0, v_i^0 \leq 0. \end{cases}$$

Для решения задачи была реализована программа в среде Matlab, рассчитывающая значения сеточных функций на временном промежутке $0 \leq t \leq 600$.

Для стабилизируемости многообразия состояний равновесия была применена теорема Айзермана-Гантмахера. Также было найдено значение параметров q_1, q_2 , при которых происходит потеря устойчивости в системе.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ и Правительства Самарской области в рамках научного проекта № 16-41-630529 и Министерства образования и науки Российской Федерации в рамках программы повышения конкурентоспособности Самарского университета (2013–2020).

Библиографический список

1. Стрыгин В.В. Разделение движений методом интегральных многообразий / В.В. Стрыгин, В.А. Соболев. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. – 256 с.
2. Strygin V.V. Effect of geometric and kinetic parameters and energy dissipation on orientation stability of satellites with double spin / V.V. Strygin, V.A. Sobolev // Cosmic Research – 1976. – Vol. 14. – P. 331-335.
3. Айзерман М. А. Stabilität der Gleichgewichtslage im einem nicht-holonomen System / М. А. Айзерман, Ф.Р. Гантмахер // Z. angew. Math, und Mech. –1957. – В. 37, Nr. 1/2. – P. 74-75.
4. Неймарк Ю.И. Динамика неголономных систем / Ю.И. Неймарк, Н.А. Фуфаев – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1967. – 520 с.
5. Калёнова В.И. Неголономные механические системы и стабилизация движения / В.И. Калёнова, А.В. Карапетян, В.М. Морозов, М.А. Салмина. // Фундаментальная и прикладная математика. – 2005. – Т. 11, № 7. – С. 117-158.
6. Шмидт А.В. Точные решения систем уравнений типа «реакция-диффузия» / А.В. Шмидт. // Вычислительные технологии. – 1998. – Т. 3, №4. – С. 87-94.
7. Шмидт А.В. Анализ систем реакция-диффузия / А.В. Шмидт. // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 2007. – Т. 47, №2. – С. 256-268.